

Bsp: $\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} x(t) + \vec{b}(t)$ mit Ansatz zu lösen

$$\vec{x}_h(t) = c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5t}$$

[1]: $\vec{b}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3+15t \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Ans.}} \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 t \\ b_0 + b_1 t \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Lösung}} x_p(t) = \begin{pmatrix} 4t+2 \\ -t \end{pmatrix}$

[2]: $\vec{b}(t) = \begin{pmatrix} -4e^{2t} \\ 10e^{2t} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{A.}} \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} a_0 e^{2t} \\ b_0 e^{2t} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Lösung}} x_p(t) = \begin{pmatrix} 20 \\ 6 \end{pmatrix} e^{2t}$

[3]: $\vec{b}(t) = \begin{pmatrix} -4e^t \\ 3e^{2t} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -4e^t \\ 0 \end{pmatrix}}_{\vec{b}_1(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 3e^{2t} \end{pmatrix}}_{\vec{b}_2(t)} \xrightarrow{\text{A.}} \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} a_0 e^t + a_1 e^{2t} \\ b_0 e^t + b_1 e^{2t} \end{pmatrix}$
 $\xrightarrow{\text{Lsg.}} \vec{x}_p(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} 3e^t + 4e^{2t} \\ e^t + e^{2t} \end{pmatrix}}_{\vec{x}_{1p}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3e^t + 4e^{2t} \\ e^t + e^{2t} \end{pmatrix}}_{\vec{x}_{2p}}$

[4]: $\vec{b}(t) = \begin{pmatrix} -4e^t \\ 15 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -4e^t \\ 0 \end{pmatrix}}_{\vec{b}_1(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 15 \end{pmatrix}}_{\vec{b}_2(t)} \xrightarrow{\text{A.}} \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} a_0 e^t + a_1 \\ b_0 e^t + b_1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Lsg.}} \begin{pmatrix} 3e^t + 4 \\ e^t - 1 \end{pmatrix}$

[5]: $\vec{b}(t) = \begin{pmatrix} e^{3t} \\ 2e^{3t} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Ans.}} \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} (a_0 + a_1 t) e^{3t} \\ (b_0 + b_1 t) e^{3t} \end{pmatrix} \xrightarrow{(b_0=0)} \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} (\frac{3}{2} - 2t) e^{3t} \\ -t e^{3t} \end{pmatrix}$
Resonanz!! Es genügt aber nicht, den Ansatz $\tilde{x}_0 = \begin{pmatrix} a_1 e^{3t} \\ b_1 e^{3t} \end{pmatrix}$ mit t zu multiplizieren!!

Das Gleichungssystem ist aber unterbestimmt, ein Parameter kann bel. gewählt werden (z.B. $b_0=0$)

[6]: $\vec{b}(t) = \begin{pmatrix} 3e^{-t} \\ 2e^{3t} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 3e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{Resonanz!}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 2e^{3t} \end{pmatrix}}_{\text{Resonanz!}} \rightarrow \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} a_0 e^{-t} + (a_1 + a_2 t) e^{3t} \\ b_0 e^{-t} + (b_1 + b_2 t) e^{3t} \end{pmatrix}$

[7]: $\vec{b}(t) = \begin{pmatrix} 3e^{5t} \\ -4te^{5t} \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x}_p(t) = \begin{pmatrix} (a_0 + a_1 t + a_2 t^2) e^{5t} \\ (b_0 + b_1 t + b_2 t^2) e^{5t} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Lsg.}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + t - 4t^2 \\ -t - 4t^2 \end{pmatrix} e^{5t}$
 z.B.