

6. Übungsblatt - Gruppe 3

Differentialgleichungen

62. Lösen Sie folgende BERNOULLI-Gleichungen:

$$(a) \quad y' - \frac{y}{6x} = \frac{y^7}{7x} \qquad (b) \quad y' + 2y = 4 \frac{e^{x/2}}{y} \qquad \text{je } \textcircled{2}$$

63. Man bestimme die Lösung der BERNOULLI-Differentialgleichung

$$(x^2 - 1) y' = 2xy (1 + x^2 y^2)$$

mit dem Anfangswert $y(0) = 1$. $\textcircled{3}$

64. Integrieren Sie die folgenden *exakten* Differentialgleichungen:

$$(a) \quad 2xy \, dx + (x^2 - 6y + 3) \, dy = 0 \qquad \textcircled{2}$$

$$(b) \quad \left(\frac{y^2 - 2}{x^2} \right) dx - \frac{2y}{x} dy = 0 \qquad y(2) = 3 \qquad \textcircled{2}$$

65. Bestimmen Sie zu folgenden Gleichungen passende *integrierende Faktoren* und lösen Sie damit die Gleichungen:

$$(a) \quad (y + 1)^2 dx + (1 + xy + x) dy = 0 \qquad \textcircled{2}$$

$$(b) \quad (y^2 - 9x + 6) dx + 4y(x - 1) dy = 0 \qquad \textcircled{3}$$

66. Bestimmen Sie zur folgenden Differentialgleichung einen *integrierenden Faktor* der Form $\mu(x + y)$ und lösen Sie damit die Gleichung:

$$(1 + x - y) dx + (x - y - 1) dy = 0$$

$\textcircled{3}$

67. Bestimmen Sie näherungsweise den Funktionswert $y(0.8)$ des Anfangswertproblems

$$y' = \sqrt{2 - xy} \qquad y(0) = 0.5$$

mit Schrittweite $h = 0.2$ unter Berücksichtigung von 3 Nachkommastellen

$$(a) \quad \text{mittels EULER'schem Polygonzugverfahren} \qquad \textcircled{1}$$

$$(b) \quad \text{mittels verfeinerter EULER-Methode} \qquad \textcircled{2}$$

$$(c) \quad \text{mittels RUNGE-KUTTA-Verfahren (einf.)} \qquad \textcircled{3}$$