

3. Aufgabe

Abgabe: Do. 8. Juni 2006

1. Zur Funktion

$$z(x, y) = e^{x^2 y} - xy^2$$

berechne man im Punkt $P = (1, 1)$

- (a) den Funktionswert
- (b) die Richtung des stärksten Anstiegs der Funktion
- (c) den Wert dieses Anstiegs
- (d) die Richtungsableitung der Funktion in Richtung $(-1, 2)^t$

2. Man berechne den Wert des Integrals

$$\oint_c dx + (y^2 - \sin x + 1) dy$$

wobei c der Rand jenes Gebiets $\in \mathbb{R}$ ist, das von den Kurven $y = 2$ und $y = \frac{x^2}{2}$ begrenzt wird (Skizze!), und der einmal im Uhrzeigersinn durchlaufen wird.

3. Zeigen Sie, daß das Kraftfeld

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} 2x(ye^y - 6x) \\ x^2(1+y)e^y + \sqrt{y} \end{pmatrix}$$

durch Gradientenbildung aus einer Funktion $\Phi(x, y)$ entstanden ist, und bestimmen Sie $\Phi(x, y)$ so, daß $\Phi(1, 0) = -1$ gilt.

4. Zu dem Kraftfeld

$$\vec{P}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2xz - z^2 \\ 2xy + z^2 \\ x^2 + 2yz \end{pmatrix}$$

berechne man $\operatorname{div}(\vec{P})$ und $\operatorname{rot}(\vec{P})$.