

## 1. Aufgabe

Abgabe: 30. März 2006

1. Gegeben ist die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  durch

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} x^2y \\ xy^2 \end{pmatrix}$$

- (a) Für welche Werte bzw. Bereiche (Skizze!) der  $(x, y)$ -Ebene ist die Funktion umkehrbar?
- (b) Für welche Werte von  $x$  und  $y$  gilt  $f(x, y) = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ?

2. Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x, y) = (x + y)e^{xy}$$

im Punkt  $(0, 0)$  in eine Taylor-Reihe bis zu den Termen der Ordnung 3.

3. Zur Funktion

$$f(x, y) = x^3 + 6xy + y^3$$

bestimme man

- (a) alle lokalen Extrema (unter Angabe des Typs)
- (b) den größten und kleinsten Funktionswert auf dem Gebiet mit  $-3 \leq x \leq 3$  und  $-3 \leq y \leq 3$
- (c) alle Bereiche von  $\mathbb{R}^2$ , für welche die Hesse-Matrix der Funktion negativ definit ist (Skizze).