

2. Aufgabe

Integralrechnung, Vektoranalysis

Abgabe: 27. Mai 2004

1. Überprüfen Sie das Integral

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$$

auf Konvergenz und berechnen sie ggf. dessen Wert.
(Hinweis: subst. $x = 2 \sin t \dots$)

2. Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_{x=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{y=0}^{\sin x} e^y \cos x \, dy \, dx$$

Versuchen Sie auch den Integrationsbereich in der x, y –Ebene zu skizzieren.

3. Bestimmen Sie zu

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} z \sin y \\ z \cos x \\ xy \end{pmatrix}$$

die Ausdrücke $\operatorname{div} \vec{V}$, $\operatorname{rot} \vec{V}$ und $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{V})$

4. Bestimmen Sie den Wert des Wegintegrals

$$\int_C y^2 \, dx + (x - y) \, dy$$

entlang des geschlossenen Weges, der sich aus den entsprechenden Teilen von $y = x^2$ und $y = 1$ zusammensetzt (siehe Skizze), und zwar **wahlweise**

- (a) durch Berechnung des gegebenen Wegintegrals.
- (b) durch Anwendung der Green'schen Formel.

