

1. Aufgabe

Differential- und Integralrechnung

Abgabe: 29. April 2004

1. Entwickeln Sie die Funktion $z = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ um den Punkt $P_0 = (1, 1)$ in eine Taylorreihe bis zu Termen der Ordnung 3.
Setzen Sie anschließend $x = \frac{1}{2}$ und $y = \frac{3}{2}$ ein, um so eine Näherung für $\arctan(3)$ zu berechnen!
Bem.: $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$.

2. Bestimmen Sie alle *lokalen* Extrema der Funktion

$$F(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 4x$$

incl. Angabe des jeweiligen Typs.

Bestimmen Sie weiters die *globalen* Extrema dieser Funktion im Bereich

$$x^2 + y^2 \leq 16$$

(Kreis mit Radius 4 um den Ursprung).

Hinweis: die Randextrema ergeben sich aus einer Extremwertaufgabe mit Nebenbedingung!

3. Ersetzen Sie im Ausdruck

$$w_{xx} - 4w_{yy} = 0$$

durch Anwendung der Kettenregel die Ableitungen nach x und y durch Ableitungen nach u und v , wobei $u = 2x + y$ und $v = 2x - y$ die neuen Variablen sind.

P.S.: Die Gleichung selbst brauchen Sie **nicht** zu lösen!

4. Berechnen Sie folgende Integrale:

a.) $\int \frac{2x^2+x}{x+1} dx$

b.) $\int \frac{e^{2t}-1}{e^t} dt$

c.) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (\varphi^2 + 1) \sin 2\varphi d\varphi$

d.) $\int_0^1 \arctan z dz$