

5. Übungsblatt

20. Eine Urne enthält 2 schwarze, 3 weiße und 4 rote Kugeln. Wir ziehen zufällig eine Kugel, legen sie weg, usw.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zuerst 2 schwarze, dann 3 weiße und schließlich 4 rote Kugeln zu ziehen?

21. Mit einem Gerät werden Werkstücke auf GUT bzw. FEHLERHAFT untersucht. Das Gerät selbst ist aber auch Störungen unterworfen, sodaß sowohl richtige als auch falsche Anzeigen möglich sind. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Gerät bei FEHLERHAFT richtig anzeigt (d.h. Anzeige FEHLERHAFT), ist 0.9, daß es bei GUT falsch anzeigt (d.h. Anzeige FEHLERHAFT), ist 0.02. Die Wahrscheinlichkeit, daß beim Gerät die Anzeige FEHLERHAFT kommt, ist 0.06.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Werkstück tatsächlich FEHLERHAFT ist?

22. Ein Gehäuse besteht aus einem Oberteil, einem Unterteil und einer Dichtung. Die Wahrscheinlichkeit, daß der Ober- und Unterteil Ausschuß sind, betrage je 5%, die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Dichtung sei 10% und es bestehe diesbezüglich Unabhängigkeit.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gehäuse völlig richtig ist?

23. Die stochastisch unabhängigen ZV X und Y genügen Exponentialverteilungen mit den Dichtefunktionen

$$f_1(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2e^{-2x} & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad f_2(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \\ \frac{1}{2}e^{-y/2} & y \geq 0 \end{cases}$$

Man berechne

- (a) die gemeinsame Dichtefunktion
 - (b) $P(0 < X \leq 1, 1 < Y \leq 2)$
 - (c) $P(X + Y \leq 1)$
24. Eine Fabrik produziert Werkstücke, die mit einer Wahrscheinlichkeit $p = 0.001$ defekt sind.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Lieferung von $n = 500$ Werkstücken mindestens 2 unbrauchbare Werkstücke enthält?

25. Bei der Herstellung von Kugellagerkugeln ist der Durchmesser einer Kugel eine normalverteilte ZV mit den Parametern $\mu = 5.00$ mm und $\sigma = 0.04$ mm. Alle Kugeln, deren Durchmesser um mehr als 0.05 mm vom Sollwert 5 mm abweichen, werden als Ausschuß aussortiert.

Wie groß ist der Ausschußprozentsatz?

26. X_1 und X_2 sind unabhängige normalverteilte ZV mit den Parametern $\mu_1 = 150$ und $\sigma_1 = 12$ bzw. $\mu_2 = 120$ und $\sigma_2 = 16$.

Berechnen Sie: $P(260 \leq X_1 + X_2 \leq 300)$.

27. Ein regelmäßiger Würfel wird 600-mal geworfen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Anzahl der Würfe, bei denen die Augenzahl 5 erscheint, im Intervall $[95, 105]$?

28. Wolle wird eine bestimmte Synthetikfaser zugesetzt (Merkmal X) und zu einem Garn versponnen. In Abhängigkeit davon wird die Reißkraft des Garns (Merkmal Y) gemessen.

Man berechne den Regressionskoeffizienten b und den Korrelationskoeffizienten r .

x_i [g/kg]	y_i [N]		
10	1.0	1.3	1.4
20	1.3	1.5	1.7
30	1.4	1.7	2.2
40	2.1	2.5	2.6

29. Legen Sie eine Ausgleichskurve der Form $y = ax + \frac{b}{x}$ durch die Punkte $(1, 5)$, $(1, 8)$, $(2, 2)$ und $(6, 4)$, wobei die Summe der Fehlerquadrate in y -Richtung minimiert werden soll.