

## 3. Übungsblatt

13. Man zeige, daß die Familie von Funktionen

$$\left\{ \frac{\sin nx}{\sqrt{\pi}}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

ein *Orthonormalsystem* auf  $-\pi \leq x \leq \pi$  bildet.

14. Man bestimme die FOURIER-Reihen der folgenden Funktionen:

(a)  $f(x) = x^2$  für  $|x| < 1$

(b)  $f(x) = x \cos x$   $-\pi \leq x < \pi$

(c)  $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \sin x$   $0 \leq x < \pi$ ,  $f(x)$  gerade im Intervall  $(-\pi, \pi)$

(d)  $f(x) = x(\pi - x)$   $0 \leq x < \pi$ ,  $f(x)$  ungerade im Intervall  $(-\pi, \pi)$

(e)  $f(x) = |x + 1| - |x - 1|$  für  $x \in [-\pi, \pi)$

15. Bestimmen Sie die FOURIER-Reihe der Funktion

$$f(x) = (x^2 - \pi^2)^2 \quad -\pi \leq x < \pi$$

und ermitteln Sie damit den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4}$$

16. Man bestimme die komplexe Form der FOURIER-Reihe zur Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ 1 & \text{für } 0 \leq x < 1 \end{cases}$$