

6. Übungsblatt - Gruppe C

51. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mittels $\mathcal{L}$ -Transformation:

$$(a) \quad y'' - 7y' + 10y = 0 \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4$$

$$(b) \quad y' - 2y = te^{4t} \quad y(0) = 0$$

$$(c) \quad y'' + 5y' + 6y = 2 \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$

$$(d) \quad y'' + 4y = 0 \quad y(0) = 7, \quad y(\pi/4) = 4 \quad \text{je } \textcircled{2}$$

Hinweis zu (d): Man setze zunächst $y'(0) = \alpha$.

52. Lösen Sie mittels $\mathcal{L}$ -Transformation das Anfangswertproblem $\textcircled{3}$

$$y''' + 8y = 6e^{7t} \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -6, \quad y''(0) = 12$$

53. Stellen Sie $f(x) = x^2 + 4x - 2$ als Funktion von $x - 1$ dar. $\textcircled{1}$

54. Stellen Sie die folgende Funktion (Skizze!) unter Verwendung der *Heaviside*-Funktion dar und bestimmen Sie $\mathcal{L}\{f(t)\}$: $\textcircled{2}$

$$f(t) := \begin{cases} t & \text{für } 0 \leq t \leq 2 \\ 4 - t & \text{für } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

55. Man bestimme $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{2se^{-4s} - e^{-s}}{s^2 - 9} \right\}$ $\textcircled{2}$

56. Lösen Sie mittels $\mathcal{L}$ -Transformation die Differentialgleichungen

$$(a) \quad y'' + 3y' = 2H(t) + H(t - 2) - 3H(t - 3) \quad y(0) = y'(0) = 0 \quad \textcircled{3}$$

$$(b) \quad y' - 2y = 2t^2 [H(t) - H(t - 2)] \quad y(0) = 1 \quad \textcircled{3}$$

57. Lösen Sie mittels $\mathcal{L}$ -Transformation unter Verwendung der *Faltung* die Differentialgleichung

$$y^{\text{IV}} + 5y'' + 4y = 0 \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -4, \quad y''(0) = 0, \quad y'''(0) = 20$$

$\textcircled{3}$