

6. Übungsblatt - Gruppe B

51. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mittels \mathcal{L} -Transformation:

$$(a) \quad y'' + 5y' + 4y = 0 \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -4$$

$$(b) \quad y' + 4y = te^{3t} \quad y(0) = 0$$

$$(c) \quad y'' - 3y' - 4y = 3 \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

$$(d) \quad y'' + 9y = 0 \quad y(0) = 3, \quad y(\pi/2) = 2 \quad \text{je } \textcircled{2}$$

Hinweis zu (d): Man setze zunächst $y'(0) = \alpha$.

52. Lösen Sie mittels \mathcal{L} -Transformation das Anfangswertproblem $\textcircled{3}$

$$y''' - 2y'' = 4e^{-2t} \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -9, \quad y''(0) = 20$$

53. Stellen Sie $f(x) = x^2 + 1$ als Funktion von $x - 2$ dar. $\textcircled{1}$

54. Stellen Sie die folgende Funktion (Skizze!) unter Verwendung der *Heaviside*-Funktion dar und bestimmen Sie $\mathcal{L}\{f(t)\}$: $\textcircled{2}$

$$f(t) := \begin{cases} 2 & \text{für } 0 \leq t \leq 1 \\ 3 - t & \text{für } 1 < t \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

55. Man bestimme $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^{-2s} + se^{-s}}{s^2 - 4s} \right\}$ $\textcircled{2}$

56. Lösen Sie mittels \mathcal{L} -Transformation die Differentialgleichungen

$$(a) \quad y'' - 4y = H(t) - 2H(t - 3) + H(t - 4) \quad y(0) = y'(0) = 0 \quad \textcircled{3}$$

$$(b) \quad y' + y = t^2 [H(t) - H(t - 1)] \quad y(0) = 2 \quad \textcircled{3}$$

57. Lösen Sie mittels \mathcal{L} -Transformation unter Verwendung der *Faltung* die Differentialgleichung

$$y^{\text{IV}} + 8y'' + 16y = 0 \quad y''(0) = 4, \quad y(0) = y'(0) = y'''(0) = 0$$

$\textcircled{3}$