

6. Übungsblatt - Gruppe A

51. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mittels \mathcal{L} -Transformation:

$$(a) \quad y'' - 2y' - 8y = 0 \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 2$$

$$(b) \quad y' + 3y = te^{-t} \quad y(0) = 0$$

$$(c) \quad y'' + 2y' - 15y = -2 \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 0$$

$$(d) \quad y'' + y = 0 \quad y(0) = -1, \quad y(\pi/2) = 3 \quad \text{je } \textcircled{2}$$

Hinweis zu (d): Man setze zunächst $y'(0) = \alpha$.

52. Lösen Sie mittels \mathcal{L} -Transformation das Anfangswertproblem $\textcircled{3}$

$$y''' - 4y' = 3e^{2t} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -4, \quad y''(0) = 8$$

53. Stellen Sie $f(x) = x^2 + 3x$ als Funktion von $x - 3$ dar. $\textcircled{1}$

54. Stellen Sie die folgende Funktion (Skizze!) unter Verwendung der *Heaviside*-Funktion dar und bestimmen Sie $\mathcal{L}\{f(t)\}$: $\textcircled{2}$

$$f(t) := \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 1 \\ t - 1 & \text{für } 1 < t \leq 3 \\ 2 & \text{für } t > 3 \end{cases}$$

55. Man bestimme $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^{-3s} - 2se^{-s}}{s^2 + 3s} \right\}$ $\textcircled{2}$

56. Lösen Sie mittels \mathcal{L} -Transformation die Differentialgleichungen

$$(a) \quad y'' - 2y' = 3H(t) - H(t - 1) - 2H(t - 4) \quad y(0) = y'(0) = 0 \quad \textcircled{3}$$

$$(b) \quad y' + 4y = \frac{t^2}{2} [H(t) - H(t - 4)] \quad y(0) = 4 \quad \textcircled{3}$$

57. Lösen Sie mittels \mathcal{L} -Transformation unter Verwendung der *Faltung* die Differentialgleichung

$$y^{\text{IV}} + 10y'' + 9y = 0 \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y'''(0) = 18$$

$\textcircled{3}$