

3. Übungsblatt - Gruppe C

Differentialgleichungen

32. Lösen Sie folgende *Bernoulli*-Gleichungen:

$$(a) \quad y' + \frac{3y}{8x} = -\frac{y^9}{x^2} \qquad (b) \quad y' + y = 2e^{\frac{x}{2}}\sqrt{y} \qquad \text{je } \textcircled{2}$$

33. Man löse die folgende *Riccati*-Differentialgleichung unter Verwendung der angegebenen Partikulärlösung y_p :

$$y' - 6y - 4e^x y^2 - 3e^{-x} = 0 \qquad \text{mit } y_p = ae^{-x}$$

mit der zu bestimmenden Konstanten $a \in \mathbb{R}$. $\textcircled{3}$

34. Integrieren Sie die folgenden *exakten* Differentialgleichungen:

$$(a) \quad (3x^2 + 4y^2) dx + (8xy - 3) dy = 0 \qquad \textcircled{2}$$

$$(b) \quad \frac{4 - y^2}{x^2} dx + 2\frac{y}{x} dy = 0 \qquad y(2) = 3 \qquad \textcircled{2}$$

35. Bestimmen Sie zu folgenden Gleichungen passende *integrierende Faktoren* und lösen Sie damit die Gleichungen:

$$(a) \quad (4x^3y + 7e^x y^5) dx - 4x^4 dy = 0 \qquad \textcircled{2}$$

$$(b) \quad (5x + 9y^2 + 2) dx + 12y(x + 1) dy = 0 \qquad \textcircled{3}$$

36. Bestimmen Sie zur folgenden Differentialgleichung einen *integrierenden Faktor* der Form $\mu(x^2 + y^2)$ und lösen Sie damit die Gleichung:

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

$\textcircled{3}$

37. Bestimmen Sie näherungsweise den Funktionswert $y(0.8)$ des Anfangswertproblems

$$y' = \ln(2 - xy) \qquad y(0) = 0.15$$

mit Schrittweite $h = 0.2$ unter Berücksichtigung von 3 Nachkommastellen

$$(a) \quad \text{mittels EULER'schem Polygonzugverfahren} \qquad \textcircled{1}$$

$$(b) \quad \text{mittels modifizierter EULER-Methode} \qquad \textcircled{2}$$

$$(c) \quad \text{mittels vereinfachtem RUNGE-KUTTA-Verfahren} \qquad \textcircled{3}$$