

3. Übungsblatt - Gruppe A

Differentialgleichungen

32. Lösen Sie folgende *Bernoulli*-Gleichungen:

$$(a) \quad y' - \frac{y}{3x} = 2y^7 \qquad (b) \quad y' - y = \frac{-e^{-2x}}{y} \qquad \text{je } \textcircled{2}$$

33. Man löse die folgende *Riccati*-Differentialgleichung unter Verwendung der angegebenen Partikulärlösung y_p :

$$y' + \frac{8}{x}y - \frac{20}{x^2}y^2 - \frac{7}{10} = 0 \quad \text{mit } y_p = a \cdot x$$

mit der zu bestimmenden Konstanten $a \in \mathbb{R}$. $\textcircled{3}$

34. Integrieren Sie die folgenden *exakten* Differentialgleichungen:

$$(a) \quad y^2 dx + (4y^2 + 2xy - 1) dy = 0 \qquad \textcircled{2}$$

$$(b) \quad \left(y + \frac{4}{x^2} \right) dx + x dy = 0 \qquad y(2) = -1 \qquad \textcircled{2}$$

35. Bestimmen Sie zu folgenden Gleichungen passende *integrierende Faktoren* und lösen Sie damit die Gleichungen:

$$(a) \quad 3y(x^2 + 1) dx + (7x^3 + 21x + 9y^2) dy = 0 \qquad \textcircled{2}$$

$$(b) \quad (6x - y^2 - 4) dx + 4y(1 - x) dy = 0 \qquad \textcircled{3}$$

36. Bestimmen Sie zur folgenden Differentialgleichung einen *integrierenden Faktor* der Form $\mu(x \cdot y)$ und lösen Sie damit die Gleichung:

$$(3 - 4y^2) dx + (4 - 3x^2) dy = 0$$

$\textcircled{3}$

37. Bestimmen Sie näherungsweise den Funktionswert $y(2)$ des Anfangswertproblems

$$y' = \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y} \qquad y(1) = 0.75$$

mit Schrittweite $h = 0.25$ unter Berücksichtigung von 3 Nachkommastellen

$$(a) \quad \text{mittels EULER'schem Polygonzugverfahren} \qquad \textcircled{1}$$

$$(b) \quad \text{mittels modifizierter EULER-Methode} \qquad \textcircled{2}$$

$$(c) \quad \text{mittels vereinfachtem RUNGE-KUTTA-Verfahren} \qquad \textcircled{3}$$