

2. Aufgabenblatt

Abgabe: 24. März 2006

1. Untersuchen Sie die Stabilität der folgenden Differentialgleichungssysteme in der Ruhelage $\vec{x} = \vec{0}$.

$$(a) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= 4y \\ \dot{y} &= -2x + 3y \end{aligned}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= 89x + 29y \\ \dot{y} &= -29x + 31y \end{aligned}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= x\sqrt{3} - y\sqrt{2} \\ \dot{y} &= x\sqrt{2} - y\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. Man bestimme die vier singulären Punkte des folgenden nichtlinearen Systems sowie deren Charakter:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x(x + y - 1) \\ \dot{y} &= y(y - x + 3) \end{aligned}$$

3. Diskutieren Sie die folgende Differentialgleichung in der Phasenebene:

$$\ddot{x} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

4. Es seien

$$f_0(x) = 1, \quad f_1(x) = x \quad \text{sowie} \quad f_2(x) = 3x^2 - 1$$

auf dem Intervall $-1 \leq x \leq 1$ gegeben.

Zeigen Sie, daß diese Funktionen ein orthogonales System von Funktionen bilden und bestimmen Sie das dazugehörige Orthonormalsystem.

5. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = x \cdot |x|$ auf dem Intervall $-1 \leq x < 1$ (Skizze!) in eine Fourier-Reihe und geben Sie die ersten vier Glieder explizit an.

6. Zeigen Sie unter Verwendung der Additionstheoreme für Winkelfunktionen, daß die Funktion

$$F(x) = 0.75 \sin(x) - 0.25 \sin(3x)$$

die Fourier-Reihe der 2π -periodischen Funktion $f(x) = \sin^3(x)$ darstellt.