

1. Aufgabenblatt

Abgabe: 17. März 2006

Alle Näherungswerte sind auf 4 Dezimalstellen nach dem Komma anzugeben.

1. Die folgende Differentialgleichung beschreibt die Menge aller Kreise mit Mittelpunkt auf der x -Achse:

$$1 + yy'' + y'^2 = 0$$

Bestimmen Sie mittels Taylor-Approximation unter Verwendung der Schrittweite $h = 0.25$ näherungsweise den Wert von $y(1)$, wobei die Anfangswerte mit

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

gegeben seien. Skizzieren Sie Ihre Lösung in einem geeigneten Maßstab.

2. Lösen Sie das Randwertproblem

$$y'' - 2y' + x^2y = 4 \quad y(0) = 2, \quad y(2) = 0$$

näherungsweise mittels Differenzenmethode durch die Berechnung der Funktionswerte an vier zusätzlichen äquidistanten Stützstellen im betrachteten Intervall und skizzieren Sie die Lösungskurve.

3. Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} \quad \vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und bestimmen Sie damit $\vec{x}(1)$ sowie $\dot{\vec{x}}(1)$.

4. Lösen Sie das inhomogene lineare Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -2x + 3y \\ \dot{y} &= x + 4t \end{aligned}$$

5. Überprüfen Sie, ob die Realteile aller Nullstellen $\lambda \in \mathbb{C}$ des Polynoms

$$\mathcal{P}(\lambda) = \lambda^4 + 6\lambda^3 + 16\lambda^2 + 22\lambda + 15$$

negativ sind (Hurwitz-Kriterium).

6. Überprüfen Sie Beispiel 3. auf Stabilität. Geben Sie im Falle von asymptotischer Stabilität auch den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow \infty} \vec{x}(t)$ an.