Mathematik 1 C — WS 2005/06

4. Aufgabe

Analysis

Abgabe: 24./25. Jänner 2006

1. Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und auf absolute Konvergenz:
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k(k+1)}$$

2. Berechnen Sie die ersten Ableitungen der folgenden Funktionen
   (a) $\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}$
   (b) $\frac{1}{x \ln x}$
   (c) $e^{4x} \sin \pi x$
   (d) $\sin(\arccos(x))$

3. Bestimmen Sie für $x \to 0$, $x \to 1$ und $x \to \infty$ den Grenzwert
$$\lim \frac{\ln^2 x}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$

4. Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung von $y = x\sqrt{1-x^3}$ im Punkt $x_0 = 0$ (zwei nicht verschwindende Terme).

5. Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion
$$y(x) = \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - \cos^2 x$$
im Intervall $[0, \frac{\pi}{2})$
   (a) exakt (Hinweis: Division der Gleichung durch $\cos^2 x$ etc.)
   (b) näherungsweise mittels Newton-Verfahren (Zwei Schritte mit Startpunkt $x_0 = 0$)