3. Aufgabe

Analysis

Abgabe: 11. Feb. 2004

1. Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge

$$a_n = n \left(\sqrt{2n^2 + 3} - \sqrt{2n^2 - 1} \right)$$

und geben Sie weiters die Werte von a_1 , a_{10} und a_{100} an (4 Nachkommastellen).

2. Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{4^k k!}$$

auf Konvergenz.

3. Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = |1 + x| - \frac{1}{1 + x^2}$$

4. Berechnen Sie den Wert der unbestimmten Form

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^{\sqrt{x}} - \sqrt{x} - 1}$$

Welcher Wert würde sich für $x \rightarrow \pi$ ergeben?

5. Bestimmen Sie die Konstante A derart, daß die Taylorentwicklungen der beiden Funktionen

$$y_1(x) = \frac{4}{x^2 + 4}$$

und

$$y_2(x) = \cos(Ax)$$

um $x_0 = 0$ in möglichst vielen führenden Termen übereinstimmen. Wie groß ist dann der Fehler $|y_2(x) - y_1(x)|$ an der Stelle $x = 1$?