Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Das charakteristische Polynom lautet: $(2-\lambda)^3 = 0$. Alle drei Eigenwerte haben damit den Wert $\underline{\lambda = 2}$. Die *algebraische* Vielfachheit ist hier somit 3.

2. Berechnung der Eigenvektoren zu λ durch Lösung des Gleichungssystems $(A - \lambda I)\vec{x} = 0$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \vec{0}$$

   Die hier erhaltene $0-$Matrix liefert keinerlei Einschränkung der Variablen $x_1 \ldots x_3$, sie sind also allesamt frei wählbar. Wenn wir je einen der Werte 1 und die restlichen beiden Werte 0 wählen, erhalten wir drei linear unabhängige Eigenvektoren. Die *geometrische* Vielfachheit des Eigenwertes $\lambda = 2$ beträgt also gleichfalls 3.

3. Damit ergeben sich als Eigenvektoren:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{sowie} \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$