$\boxed{\text{B}}$ Bestimmen Sie jene Differentialgleichung, die alle Polynome 2. Grades beschreibt, welche sowohl durch den Punkt $(0,0)$ als auch durch den Punkt $(1,1)$ der (x,y)-Ebene verlaufen.

1. Zunächst gilt es, die Parameter-abhängige Darstellung dieser Polynome zu finden. Das allgemeinste Polynom 2. Grades lautet
$$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$
Nachdem wir fordern, daß alle Kurven durch die geg. Punkte verlaufen müssen, sind zwei Gleichungen zu erfüllen ($x = 0$ und $y = 0$ bzw. $x = 1$ und $y = 1$ eingesetzt):
$$\begin{aligned} 0 &= a_0 \\ 1 &= a_0 + a_1 + a_2 \end{aligned}$$
Damit erhalten wir $a_2 = 1 - a_1$. Die Konstante a_1 bleibt als *Parameter*. Die gegebene Gleichung lautet unter diesen Einschränkungen:
$$\underline{y} = 0 + a_1 x + (1 - a_1)x^2 = \underline{a_1(x - x^2) + x^2}$$

2. Nun können wir versuchen, den Parameter zu eliminieren. Dies geschieht durch Anwendung der Differentialrechnung. Ableiten der Funktion liefert nämlich:
$$y' = a_1 + 2(1 - a_1)x = a_1(1 - 2x) + 2x$$

3. Aus der Gleichung für y können wir a_1 bestimmen:
$$y - x^2 = a_1(x - x^2) \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{y - x^2}{x - x^2}$$

4. Eingesetzt in die abgeleitete Funktion ergibt sich - parameterfrei - die gesuchte Differentialgleichung
$$y' = \frac{y - x^2}{x - x^2}(1 - 2x) + 2x = \frac{(y - x^2)(1 - 2x) + 2x \cdot x(1 - x)}{x(1 - x)} = \frac{y - x^2 - 2xy + 2x^3 + 2x^2 - 2x^3}{x(1 - x)}$$
$$\underline{\underline{y' = \frac{y - 2xy + x^2}{x(1 - x)}}}$$

Zusatz: man hätte a_1 auch aus y' (Pkt. 2.) ermitteln und dann in die Gleichung für y einsetzen können:
$$y' - 2x = a_1(1 - 2x) \quad \Rightarrow a_1 = \frac{y' - 2x}{1 - 2x}$$
$$y = \frac{y' - 2x}{1 - 2x}(x - x^2) + x^2$$
Auf gemeinsamen Nenner gebracht und ausmultipliziert ergibt sich so:
$$y = \frac{xy' - x^2 - x^2 y'}{1 - 2x}$$
Dies entspricht aber auch wieder der obigen Lösung, wie man leicht erkennt, wenn man die Gleichung explizit nach y' auflöst.