Tabellarische Exemplare zur Ansatzmethode
(Resonanzfälle sind jeweils mit Ⓡ gekennzeichnet)

	Differentialgleichung	homogene Lösung	Ansatz für Partikulärlösung
1.	$y'' + y' - 6y = 4x^2$	$y_h = c_1e^{2x} + c_2e^{-3x}$	$y_p = a_0 + a_1x + a_2x^2$
2.	$= -8e^{3x}$		$y_p = Ae^{3x}$
3.	$= 5e^{-3x}$		$y_p = Axe^{-3x}$ Ⓡ
4.	$= (x^2+2)e^{-2x}$		$y_p = (a_0 + a_1x + a_2x^2)e^{-2x}$
5.	$= -xe^{2x}$		$y_p = (a_0 + a_1x)xe^{2x}$ Ⓡ
6.	$= x\sin(2x)$		$y_p = (a_0 + a_1x)\sin(2x) + (b_0 + b_1x)\cos(2x)$
7.	$4\ddot{x} + x = te^{2t}$	$x_h = c_0\cos(t/2) + c_1\sin(t/2)$	$x_p = (a_0 + a_1t)e^{2t}$
8.	$= 4e^t\cos(t/2)$		$x_p = Ae^t\sin(t/2) + Be^t\cos(t/2)$
9.	$= 4\cos(t/2)$		$x_p = At\sin(t/2) + Bt\cos(t/2)$ Ⓡ
10.	$9y'' - 6y' + y = x^3 + 1$	$y_h = c_0e^{(x/3)} + c_1xe^{(x/3)}$ Ⓡ	$y_p = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$
11.	$= -2e^{(x/3)}$		$y_p = Ax^2e^{(x/3)}$ Ⓡ
12.	$= x^2e^{(x/3)}$		$y_p = (a_0 + a_1x + a_2x^2)x^2e^{(x/3)}$ Ⓡ
13.	$= xe^{(x/2)}$		$y_p = (a_0 + a_1x)e^{(x/2)}$
14.	$= \frac{1}{2}\sin(x/3)$		$y_p = A\sin(x/3) + B\cos(x/3)$
15.	$x^{(iv)} - 2x''' + x'' = (x+1)^2$	$x_h = c_0 + c_1t + c_2e^t + c_3te^t$ Ⓡ	$x_p = (a_0 + a_1t + a_2t^2)t^2$ Ⓡ
16.	$= t^3e^t$		$x_p = (a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3)t^2e^t$ Ⓡ
17.	$= te^t\sin t$		$x_p = (a_0 + a_1t)e^t\sin t + (b_0 + b_1t)e^t\cos t$
18.	$y'' - 4y' + 11y = e^{kx}$	$y_h = c_1e^{2x}\cos(3x) - c_2e^{2x}\sin(3x)$	$y_p = Ae^{kx}$
19.	$= 4e^{2x}\sin(3x)$		$y_p = Axe^{2x}\sin(3x) + Bxe^{2x}\cos(3x)$ Ⓡ
20.	$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 2xe^{2x}$	$y_h = c_1e^{2x} + c_2xe^{2x} + c_3x^2e^{2x}$ Ⓡ	$y_p = (a_0 + a_1x)x^3e^{2x}$ Ⓡ

Erklärung anhand (20.):
Das *charakt. Polynom* lautet: $\lambda^3 - 6\lambda^2 + 12\lambda - 8 = 0 \;\Rightarrow\; (\lambda - 2)^3 = 0 \;\Rightarrow\; \lambda_{123} = 2$

Die *homogene Lösung* ist anich die Summe der Terme $c_k e^{\lambda_k}$ $\quad(k = 1\ldots3)$.
1. Term: c_1e^{2x}
Da der 2. Term aber in dieser Form mit dem 1. Term übereinstimmen würde, tritt *(innere) Resonanz* auf, und der Term ist daher mit x zu multiplizieren:
2. Term: c_2xe^{2x}
Für den 3. Term gilt genau dasselbe, und er muß so lange mit x multipliziert werden, bis keine Übereinstimmung mehr auftritt - also zwei mal:
3. Term: $c_3x^2e^{2x}$
Dies liefert uns in Summe die angegebene *homogene Lösung*

Der Ansatz für die *partikuläre Lösung* zur Störfunktion $2xe^{2x}$ wäre an und für sich $(a_0 + a_1x)e^{2x}$, also das allgemeinste Polynom 1. Grades multipliziert mit der Exponentialfunktion. Mit $c_1 = a_0$, $c_2 = a_1$ und $c_3 = 0$ würde dies aber genau mit der *homogenen Lösung* übereinstimmen, es kommt hier ebenfalls zu *(äußerer) Resonanz*. Der gesamte Ansatz ist nun so oft mit x zu multiplizieren, bis keine Übereinstimmung mehr auftreten kann - in diesem Fall genau 3 mal.

Zusatzbemerkungen:
1.) Die hier auftretenden Ansätze decken die Anwendungsmöglichkeiten der Ansatzmethode weitgehend ab. Treten als Störfunktionen solche auf, die nicht wie oben angesetzt werden können (z.B. $\ln(x)$ $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$, $\tan(x)$ ...) muß man auf andere Methoden zurückgreifen.

2.) Tritt als Störfunktion eine Summe auf, sollte jeder Summand für sich zur Bestimmung einer Partikulärlösung herangezogen werden. Es gibt jedoch eine (seltene) Ausnahme: Lautet die Störfunktion z.B. $2\sin(3x) - \cos(3x)$, so ist es zeitsparender, wenn man gleich beide Funktionen gemeinsam mit dem Ansatz $y_p = A\sin(3x) + B\cos(3x)$ berücksichtigt, da ja ohnehin beide Winkelfunktionen im Ansatz vorkommen.

3.) Manche Störfunktionen sehen auf den ersten Blick nicht so aus, als ob sie mit der Ansatzmethode behandelt werden könnten, obwohl sie sich - wie in folgenden Beispielen dargestellt - durch geeignete Umformungen auf die Funktionen für die Ansatzmethode zurückführen lassen:

$$y'' - 4y = 4\cosh x \quad\Leftrightarrow\quad y'' - 4y = 2e^x + 2e^{-x} \qquad (\text{mit } \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2})$$

$$\ddot{x} + \dot{x} = \sin^2 t \quad\Leftrightarrow\quad \ddot{x} + \dot{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2t) \qquad (\text{aus } \cos(2t) = \cos^2 t - \sin^2 t = 1 - 2\sin^2 t)$$