$\boxed{\text{B}}$ Man bestimme die allgemeine Lösung der Dgl.

$$3xy' + y = \frac{6x^2}{\sqrt{y}}$$

1. Division durch $3x$ liefert die bekannte Form einer *Bernoulli*-Glg. mit $\alpha = -1/2$:

$$y' + \frac{y}{3x} = \frac{2x}{\sqrt{y}}$$

2. Die Substitution $z = y^{(1-\alpha)} = y^{(3/2)}$ liefert mit $y = z^{(2/3)}$ und daraus $y' = \frac{2}{3}z^{-(1/3)}z'$ durch Einsetzen

$$\frac{2}{3\sqrt[3]{z}}z' + \frac{\sqrt[3]{z^2}}{3x} = \frac{2x}{\sqrt[3]{z}}$$

3. Multiplikation mit $\frac{3}{2}\sqrt[3]{z}$ liefert die *lineare inhomogene* Dgl.

$$z' + \frac{z}{2x} = 3x$$

Die Lösung erhalten wir durch Einsetzen in die bekannte Formel:

$$z(x) = e^{\left(-\int \frac{1}{2x}\,dx\right)} \cdot \left[\int 3xe^{\left(\int \frac{1}{2x}\,dx\right)} + C\right] = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \left[\int 3x\sqrt{x}\,dx + C\right] = \frac{6}{5}x^2 + \frac{C}{\sqrt{x}}$$

4. Durch Rückeinsetzen erhalten wir damit die gesuchte Lösung

$$\underline{\underline{y(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{6}{5}x^2 + \frac{C}{\sqrt{x}}\right)^2}}}$$

$\boxed{\text{B}}$ Man bestimme die allgemeine Lösung der Dgl.

$$y' + n\tan x\, y = y^4 \sin x \qquad (n \in \mathbb{N} \text{ fest})$$

1. *Bernoulli*-Glg. mit $\alpha = 4 \Rightarrow$ Sub.: $z = y^{-3}$ bzw $y = z^{-(1/3)}$ und damit $y' = -\frac{1}{3}z^{-(4/3)}z'$:

$$-\frac{1}{3}z^{-(4/3)}z' + n\tan x\, z^{-(1/3)} = z^{-(4/3)}\sin x$$

Dies führt nach Erweiterung mit $-3z^{(4/3)}$ auf die *lineare* Dgl.

$$z' - 3n\tan x\, z = -3\sin x$$

2. Einsetzen in die bekannte Formel:

$$z(x) = e^{3n\int \tan x\,dx} \cdot \left(\int -3\sin x e^{-3n\int \tan x\,dx}\,dx + C\right)$$

Mit $\int \tan x\,dx = \int \frac{\sin x}{\cos x}\,dx = \int \frac{-du}{u} = -\ln|u| = -\ln|\cos x|$ ergibt das:

$$z(x) = \frac{1}{\cos^{3n} x} \cdot \left(\int -3\sin x\cos^{3n} x\,dx + C\right)$$

und schließlich mit $\int -3\sin x\cos^{3n} x\,dx = \int 3v^{3n}dv = \frac{3}{3n+1}v^{3n+1} = \frac{3}{3n+1}\cos^{3n+1} x$

$$z(x) = \frac{1}{\cos^{3n} x} \cdot \left(\frac{3}{3n+1}\cos^{3n+1} x + C\right)$$

3. Rückeinsetzen ergibt die gesuchte Lösung:

$$z^{-(1/3)} = \underline{\underline{y(x) = \frac{\cos^n x}{\sqrt[3]{\frac{3}{3n+1}\cos^{3n+1} x + C}}}}$$