Übungsaufgaben zu Differentialgl. Prof. Kern SS 2006

XVIII. Man löse folgende Differentialgleichungen

(α) $xy'' = 1 - y'^2$

(β) $y'' = g - ay'^2$

(γ) $y'' = -\dfrac{4}{y^2}$

(δ) $y'' = e^{2y}$

(ε) $y'' = 4yy'$

(ζ) $yy'' = 1 + y'^2$

XIX. Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichungen mittels Substitution $v = \frac{y'}{y}$

(α) $xyy'' = y^2 + 2yy' + xy'^2$

(β) $yy'' + (2x-3)y'^2 = 0$

XX. Bestimmen Sie zu den gegebenen Matrizen A die allgemeine Lösung der Differentialgleichungssysteme $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$:

(α) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ (β) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -7 & -9 & -14 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ (γ) $\begin{pmatrix} \alpha & 1 & 4 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & -4 & \alpha \end{pmatrix}$

XXI. Man bestimme die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x\tan t - y \\ \dot{y} &= x + y\tan t \end{aligned}$$

zu dem eine Partikulärlösung $\begin{pmatrix} \varphi(t) \\ c \end{pmatrix}$ existiert.

XXII. Man bestimme die Lösung des folgenden Anfangswertproblems $\dot{\vec{x}}(t) = A(t)\vec{x}(t) + \vec{b}(t)$ mit

$$A(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{3}{2t} & \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{2t^2} & \dfrac{1}{2t} \end{pmatrix} \qquad \vec{b}(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{2t} \end{pmatrix} \qquad \vec{x}(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

wobei mit $\vec{x}_1(t) = \binom{t}{-1}$ eine Partikulärlösung des homogenen Systems gegeben sei.