Tutorium Mathematik I M WM - 24.10.2008

1. Das Rechteck $ABCD$ liegt in der Ebene $E: 2x - 5y + 6z + d = 0$ und

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ c_3 \end{pmatrix}.$$

   (a) Berechnen Sie d, C und D.

   (b) Das Rechteck ist Basis einer Pyramide mit der Höhe $h = 3\sqrt{65}$. Die Spitze S liegt auf der Geraden

$$g : X = \begin{pmatrix} 6 \\ -24 \\ 25 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

   und hat ganzzahlige Koordinaten. Berechnen Sie S und zeigen Sie, dass die Kante DS normal auf die Grundfläche steht.

   (c) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide!

2. Sei $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbb{R}^3$. Zeigen Sie

$$\langle (\vec{a} \times \vec{b}), (\vec{c} \times \vec{d}) \rangle = \langle \vec{a}, \vec{c} \rangle \langle \vec{b}, \vec{d} \rangle - \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle \langle \vec{a}, \vec{d} \rangle$$