Mathematische Optimierung Übungsbeispiele SS 2009

27. Besitzt das folgende Restriktionensystem eine zulässige Lösung?

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2\,x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 3 \\ & & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 5 \\ x_1 & - & 2x_2 & & & \geq & 4, \end{array}$$

wobei $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.

28. a) Überlegen Sie sich eine möglichst einfache Möglichkeit, untere Schranken $l_j \leq x_j$ bei der Lösung linearer Programme zu berücksichtigen.

b) Lösen Sie mit der Methode aus (a):

$$\begin{array}{lrcrcr} \max & 4x_1 & + & 3x_2 & & \\ \text{unter} & x_1 & + & x_2 & \leq & 7 \\ & 3x_1 & + & 2x_2 & \leq & 18 \\ & x_1 & + & 3x_2 & \leq & 15, \end{array}$$

wobei $x_1 \geq 2,\ x_2 \geq 1$.

29. Lösen Sie das lineare Programm

$$\begin{array}{lrcrcrcr} \max & -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & \\ \text{unter} & & & 3x_2 & + & x_3 & \leq & 120 \\ & x_1 & - & x_2 & - & 4x_3 & \leq & 80 \\ & -3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 100 \end{array}$$

$$x_2 \geq 0,\ x_1,\ x_3 \text{ frei.}$$

Wie ändert sich die Lösung, wenn nur x_1 eine freie Variable ist? Wie ändert sich die Lösung, wenn alle drei Variablen frei sind?

30. Lösen Sie $\max -5x_1 + 3x_2 + 2x_3$ unter den Restriktionen

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & \leq & 13 \\ -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 9 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & \leq & 12 \end{array}$$

wobei $0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 5$.

31. Bestimmen Sie eine möglichst gute Näherungslösung des Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcrcr} x_1 & & & = & 1 \\ & & x_2 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & = & 4 \end{array}$$

mithilfe eines linearen Programms.

32. Demonstrieren Sie die Simplexinterpretation des Simplex-Verfahrens anhand des folgenden linearen Programms:

$$\begin{array}{lrcrcr} \max & x_1 & + & x_2 & & \\ \text{unter} & \frac{1}{2}\,x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ & 2\,x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ & & & x_1, x_2 \geq 0 & & \end{array}$$

Hinweis: Bringen Sie dazu das lineare Programm zuerst auf die Form

$$\{\min c'x \mid Ax = b,\ e'x = 1,\ x \geq 0\}$$

mit $e = (1, \ldots, 1)$.