

Mathematische Optimierung Übungsbeispiele SS 2009

27. Besitzt das folgende Restriktionensystem eine zulässige Lösung?

$$\begin{array}{rcll} 2x_1 + x_2 + x_3 & \leq & 3 & \\ & 2x_2 + 3x_3 & = & 5 \\ x_1 - 2x_2 & \geq & 4, & \end{array}$$

wobei $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.

28. a) Überlegen Sie sich eine möglichst einfache Möglichkeit, untere Schranken $l_j \leq x_j$ bei der Lösung linearer Programme zu berücksichtigen.

b) Lösen Sie mit der Methode aus (a):

$$\begin{array}{rcll} \max & 4x_1 + 3x_2 & & \\ \text{unter} & x_1 + x_2 & \leq & 7 \\ & 3x_1 + 2x_2 & \leq & 18 \\ & x_1 + 3x_2 & \leq & 15, \end{array}$$

wobei $x_1 \geq 2, x_2 \geq 1$.

29. Lösen Sie das lineare Programm

$$\begin{array}{rcll} \max & -x_1 + 2x_2 + x_3 & & \\ \text{unter} & & 3x_2 + x_3 & \leq 120 \\ & x_1 - x_2 - 4x_3 & \leq & 80 \\ & -3x_1 + x_2 + 2x_3 & \leq & 100 \\ & x_2 \geq 0, & x_1, x_3 & \text{frei.} \end{array}$$

Wie ändert sich die Lösung, wenn nur x_1 eine freie Variable ist? Wie ändert sich die Lösung, wenn alle drei Variablen frei sind?

30. Lösen Sie $\max -5x_1 + 3x_2 + 2x_3$ unter den Restriktionen

$$\begin{array}{rcll} x_1 + 2x_2 - x_3 & \leq & 13 & \\ -x_1 + x_2 + x_3 & \leq & 9 & \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 & \leq & 12 & \end{array}$$

wobei $0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 5$.

31. Bestimmen Sie eine möglichst gute Näherungslösung des Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcll} x_1 & & = & 1 \\ & x_2 & = & 1 \\ x_1 + x_2 & = & 4 & \end{array}$$

mithilfe eines linearen Programms.

32. Demonstrieren Sie die Simplexinterpretation des Simplex-Verfahrens anhand des folgenden linearen Programms:

$$\begin{array}{rcll} \max & x_1 + x_2 & & \\ \text{unter} & \frac{1}{2}x_1 + x_2 & \leq & 2 \\ & 2x_1 + x_2 & \leq & 4 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Hinweis: Bringen Sie dazu das lineare Programm zuerst auf die Form

$$\{\min c'x \mid Ax = b, e'x = 1, x \geq 0\}$$

mit $e = (1, \dots, 1)$.