Mathematische Optimierung Übungsbeispiele SS 2009

69. Beweisen oder widerlegen Sie: Gegeben sei ein ganzzahliges lineares Programm IP in 2 Variablen: $\max\{c'x \mid Ax \leq b, x \in \mathbb{N}_0\}$. Sei $(x^\star) = (x_1^\star, x_2^\star)$ die Optimallösung der linearen Relaxation $\max\{c'x \mid Ax \leq b, x \in \mathbb{R} \geq 0\}$ und sei diese nicht zulässig für das IP (Ganzzahligkeitsbedingung verletzt). Dann gibt es eine Optimallösung $\bar{x} = (\bar{x_1}, \bar{x_2})$ von IP, die sich durch Runden der Komponenten $x^\star$ ergibt, d.h. es gilt $\bar{x_1} \in \lfloor x_1^\star \rfloor, \lceil x_1^\star \rceil$ und $\bar{x_2} \in \lfloor x_2^\star \rfloor, \lceil x_2^\star \rceil$

70. Lösen Sie das ganzzahlige Programm mit *Branch and Bound*:

$$\begin{array}{lrcrcr} \min & -x_1 & - & x_2 & & \\ \text{unter} & -x_1 & + & x_2 & \leq & 5 \\ & 9x_1 & + & 4x_2 & \leq & 18 \\ & 4x_1 & - & 2x_2 & \leq & 4 \\ & \multicolumn{5}{c}{x_1,\ x_2\ \in \mathbb{N}_0} \end{array}$$

71. Führen Sie einen Schritt im Schnittebenenverfahren von Gomory für das ganzzahlige Programm in Beispiel 70 aus. Skizzieren Sie die zulässigen Lösungen der linearen Relaxation und die Schnittebene!

72. Lösen Sie das ganzzahlige lineare Programm mit Branch and Bound:

$$\begin{array}{lrcrcr} \max & 4x_1 & - & x_2 & & \\ \text{unter} & 7x_1 & - & 2x_2 & \leq & 14 \\ & & & x_2 & \leq & 3 \\ & 2x_1 & - & 2x_2 & \leq & 3 \\ & \multicolumn{5}{c}{x_1,\ x_2\ \in \mathbb{N}_0} \end{array}$$

73. Lösen Sie das ganzzahlige lineare Programm mit Hilfe von Schnittebenen

$$\begin{array}{lrcrcr} \max & 4x_1 & - & x_2 & & \\ \text{unter} & 7x_1 & - & 2x_2 & \leq & 14 \\ & & & x_2 & \leq & 3 \\ & 2x_1 & - & 2x_2 & \leq & 3 \\ & \multicolumn{5}{c}{x_1 \in \mathbb{N}_0, x_2 \geq 0} \end{array}$$