Mathematik I M WM Übungen 8. Übungsblatt

59. Differenzieren Sie die Funktionen

(a) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{a+bx}}$ (b) $f(x) = \arccos\sqrt{\dfrac{\cos 3x}{\cos^3 x}}$ (c) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$

(d) $f(x) = \tan\sqrt{2-\sin^2 x}$ (e) $g(x) = \sqrt[x]{x}$

60. Berechnen Sie die Grenzwerte

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \ln\left((e^x - e^{-x})^{e^x-1}\right)$ (b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^x - x}{1 - x + \ln x}$ (c) $\lim\limits_{x\to\infty} 3^{\left(\frac{2\arctan x}{\pi}\right)^x}$

(d) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} (4^x - 2)\tan(\pi x)$ (e) $\lim\limits_{x\to\frac{\sqrt{3}}{2}} \dfrac{\arcsin x - \frac{\pi}{3}}{4x^2 - 3}$ (f) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\ln(1+x)} - \dfrac{1}{\ln(1+x+x^2)}\right)$

61. Gegeben sei die Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & |x| \geq 2 \\ -\frac{4}{|x|} & |x| < 2 \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie den maximalen Definitonsbereich!
(b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion stetig bzw. differenzierbar? Geben Sie gegebenenfalls den Wert der Ableitung an!
(c) Bestimmen Sie die Grenzwerte der Funktion am Rande des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$).

62. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$$

(a) den maximalen Definitionsbereich und die maximalen Monotonie- und Konvexitätsintervalle.
(b) Besitzt diese Funktion lokale bzw. globale Extrema? Wenn ja, dann geben Sie alle Extrema an.
(c) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion am Rande des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$).

63. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x+2}{e^x+1}$$

(a) die lokalen Extrema,
(b) sowie die Asymptoten für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$.

64. Gegeben sei die Funktion $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}\sqrt{x+1}$. Man bestimme

(a) Definitionsbereich und Nullstellen,
(b) Extrema
(c) sowie Konvexitäts- und Konkavitätsbereiche.

65. Bestimmen Sie von der Funktion

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 5}}$$

(a) Definitionsbereich und Nullstellen,
(b) Extrema
(c) sowie das Verhalten (links- bzw. rechtsseitiger Grenzwert, sofern existent) von f und f' an den Grenzen des Definitionsbereich (auch ∞).