# Mathematik I M WM Übungen  7. Übungsblatt

53. Bestimmen Sie den Wert der folgenden Reihen:

    (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}5^{-n}$

    (b) $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}\frac{1}{k^2-k}$

54. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{3^k x^k}{\sqrt{(3k-2)2^k}}.$$

    Wie ist das Konvergenzverhalten am Rand des Konvergenzintervalls?

55. Geben Sie eine Reihenentwicklung der Funktion

$$f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$$

    um den Nullpunkt an!

56. Man bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

    (a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{n!}{1\cdot 3\cdot 5\dots(2n+1)}\right)^2(x+1)^n,$

    (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{2^n}(n^4+1)}{n}x^n.$

    (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1+2\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{\ln n}\right)^n\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^n$

57. Für welche $x\in\mathbb{R}$ konvergieren folgende Potenzreihen:

    (a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^n}{\sqrt{(4n+5)5^n}}x^n,$

    (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2}{3}\left(x+\frac{3}{2}\right)^n.$

58. Berechnen Sie die Reihenentwicklung der Funktionen

    (a) $\displaystyle\frac{e^x}{1-x}$

    (b) $\displaystyle\frac{1}{(1-x)^2}$

    um den Nullpunkt mit Hilfe des Cauchyprodukts.