

Mathematik I M WM Übungen 7. Übungsblatt

53. Bestimmen Sie den Wert der folgenden Reihen:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} 5^{-n}$

(b) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 - k}$

54. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k x^k}{\sqrt{(3k-2)2^k}}.$$

Wie ist das Konvergenzverhalten am Rand des Konvergenzintervalls?

55. Geben Sie eine Reihenentwicklung der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$$

um den Nullpunkt an!

56. Man bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)} \right)^2 (x+1)^n,$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2^n}(n^4+1)}{n} x^n.$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1 + 2 \cos \left(\frac{n\pi}{4} \right)}{\ln n} \right)^n \left(x - \frac{\pi}{4} \right)^n$

57. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren folgende Potenzreihen:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{(4n+5)5^n}} x^n,$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{3} \left(x + \frac{3}{2} \right)^n.$

58. Berechnen Sie die Reihenentwicklung der Funktionen

(a) $\frac{e^x}{1-x}$

(b) $\frac{1}{(1-x)^2}$

um den Nullpunkt mit Hilfe des Cauchyprodukts.