Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Mathematik 0 am 25. Oktober 2008

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	
Punkte:	4	4	8	3	6	5	
						=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Bestimmen Sie mit einer Wahrheitstabelle, ob der logische Ausdruck
$$(\neg b \to \neg a) \to ((\neg b \to a) \to b)$$
immer wahr, immer falsch oder abhängig von den Variablen wahr oder falsch ist.

2. Gegeben seien die Funktionen f und g mit
$$\begin{array}{ll} f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} & \qquad g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 + x & \qquad g(x) = \dfrac{1}{x-1}. \end{array}$$
Bilden Sie (falls möglich) die Funktionen $f \circ g$ und $g \circ f$.

3. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt
$$\frac{1}{|x-2|} \geq \frac{4x+5}{x-3} \quad ?$$

4. Beweisen Sie für alle $n, m, k \in \mathbb{N}$:
$$\binom{n}{m}\binom{m}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k}.$$

5. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion
$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2).$$

6. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die die folgende Gleichung erfüllen und stellen Sie diese in Polarkoordinaten dar!
$$(z+i)(z+2) + 2 - 3z = \frac{z^3 + i - z^2}{z - i}$$