1. Klausur
Diskrete Mathematik (UE) am 30. April 2010

Aufgabe:	1	2	3	4	5	
Punkte:	6	3	4	4	3	
						= *Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) Seien $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$ zwei Graphen mit $|V_1| = |V_2| = n$ und $2|E_1| = 2|E_2| = n^2 - n - 2$. Dann sind G_1 und G_2 isomorph.

   (b) Es gibt einen zusammenhängenden bipartiten Graphen mit n Knoten, in dem $n-1$ Knoten denselben Grad d haben und in dem der letzte Knoten einen Grad kleiner als d hat?

   (c) Ein ebener Graph $G = (V, E)$ mit $|V| \geq 3$, der keinen Kreis der Länge 3 enthält, besitzt maximal $|V| - 2$ Flächen.

2. Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit $V = \{1, \ldots, 8\}$ und $E = \{(i, i+1) \mid i = 1, \ldots, 7\} \cup (8, 1) \cup (2, 7)$. Berechnen Sie die Anzahl der Spannbäume für diesen Graphen (ohne Taschenrechner!).

3. Sei $k \geq 2$ eine natürliche Zahl und $(1, \ldots, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots, k-1, k)$ die Gradfolge eines Baumes. Wie viele Blätter hat der Baum?

4. Betrachten Sie den vollständigen bipartiten Graphen $K_{a,b}$.

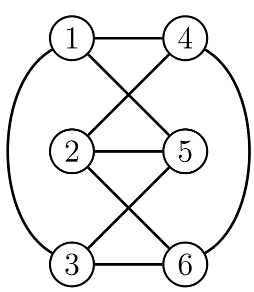
   (a) Finden Sie alle Paare (a, b) für die $K_{a,b}$ ein Baum ist.

   (b) Finden Sie alle Paare (a, b) für die $K_{a,b}$ planar ist.

   (c) Finden Sie alle Paare (a, b) für die $K_{a,b}$ einen Eulerkreis enthät.

   (d) Finden Sie alle Paare (a, b) für die $K_{a,b}$ Hamiltonsch ist.

5. Bestimmen Sie für folgende Graphen, ob sie planar sind. Geben Sie ggf. eine planare Einbettung an oder oder zeigen Sie, dass es einen $K_{3,3}$ oder K_5 als topologischen Minor gibt!

(a)


(b)