Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Analysis I Übungsklausur
25. Jänner 2008

Aufgabe:	1 2 3 4
Punkte:	3 2 3 4
	= *Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Bestimmen Sie für die untenstehende Funktion $f(x)$ den maximalen Definitionsbereich D, den Stetigkeitsbereich S und den Differenzierbarkeitsbereich $D_{f'}$. Geben Sie die Ableitung $f'(x)$ für alle $x \in D_{f'}$ an. Untersuchen Sie die Existenz der einseitigen Ableitungen $f'(x^+)$ und $f'(x^-)$ für $x \in D \setminus D_{f'}$. Bestimmen Sie die Grenzwerte der Funktion am Rande des Definitionsbereiches D.

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & |x| \geq 2 \\ -\frac{4}{|x|} & |x| < 2 \end{cases}$$

2. Beweisen Sie die folgende Ungleichung:

$$\left(1 - \frac{x}{a}\right)^a < e^{-x} \text{ für } 0 < x < a$$

Hinweis: Logarithmieren Sie beidseitig und beweisen Sie die resultierende Ungleichung!

3. Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert:

$$\lim_{x \to 0} (e^x - e^{-x})^{e^x - 1}$$

4. Bestimmen Sie für die untenstehende Funktion $f(x)$ den maximalen Definitionsbereich und die maximalen Monotonie- und Konvexitätsintervalle. Besitzt diese Funktion lokale bzw. globale Extrema? Wenn ja, dann geben Sie alle Extrema an. Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion am Rande des Definitionsbereiches.

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$$