Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Analysis I Übungsklausur
30. November 2007

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	4	3	4	1		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Sei (X, d) ein metrischer Raum. Zeigen Sie, dass auch

$$d^*(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$$

eine Metrik auf X ist.

2. Man untersuche die folgende Folge auf Konvergenz und bestimmen gegebenenfalls den Grenzwert:

$$a_{n+1} = \frac{2}{3 - a_n} \qquad \text{wobei} \quad a_1 = 0.$$

3. Gegeben sei die folgende Reihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\binom{n+1}{p}}.$$

   (a) Ist die Reihe für $p = 1$ konvergent?
   (b) Ist die Reihe für $p = 1$ absolut konvergent?
   (c) Ist die Reihe für $p = 2$ absolut konvergent?

4. Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 4x + 3} & \text{falls } x \neq 1, x \neq 3 \\ A & \text{falls } x = 1 \\ B & \text{falls } x = 3. \end{cases}$$

Können A und B so gewählt werden, dass f auf $\mathbb{R}$ stetig ist?