Analysis 2, SS 2010, 4. Übungsblatt

23. Zeigen Sie
$$\sum_{i=0}^{n} \binom{k+i}{i} = \binom{k+1+n}{n}$$
für alle $k \in \mathbb{N}$.

24. Sei $k \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie
$$\frac{1}{(1-x)^{k+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{k+n}{n} x^n$$
mit vollständiger Induktion. (Hinweis: Verwenden Sie das Cauchyprodukt und Aufgabe 23)

25. Sei $x \in (-1, 1)$. Berechnen Sie

    (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n x^n$

    (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$

    (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) x^{2n}$