Analysis 2, SS 2010, 13. Übungsblatt

71. Es sei
$$I := \int_{x=-1}^{1} \int_{y=-2|x|}^{0} (y + \sin x)\, dy\, dx$$
   (a) Berechnen Sie den Wert des Integrals!
   (b) Vertauschen Sie in I die Integrationsreihenfolge!

72. Gegeben sei die Fläche
$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x + 1, y \geq (x - 1)^2\}$$
   Bestimmen Sie den Flächeninhalt von F

73. Man berechne
$$\iiint_B f(x, y, z)\, , dx\, dy\, dz$$
   wobei
   (a) B durch $x^2 + y^2 = 2z$ und $z = 2$ begrenzt wird und $f(x, y) = x^2 + y^2$.
   (b) $B = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$ und $f(x, y, z) = 1$.
   (c) $B = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$ und $f(x, y, z) = z$.

74. Gegeben sei der Körper
$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, x^2 + y^2 \leq 9, z \leq 15\}.$$
   Bestimmen Sie das Volumen des Körpers!

75. Berechnen Sie das Volumen des Bereichs, der von den beiden Flächen $x^2 + y^2 = 1 + z^2$ und $x^2 + y^2 = 2 - z^2$ begrenzt wird und den Punkt $(0, 0, 0)$ enthält.

76. Berechnen Sie das Doppelintegral
$$\iint_B (x^2 - y)\, dxdy$$
   über den Normalbereich
$$B = \left\{(x, y) : \frac{1}{y} \leq x \leq \frac{2}{y}, 1 \leq y \leq 2\right\}$$
   (a) direkt,
   (b) mit Hilfe der Koordinatentransformation $u = xy$, $v = y$!

77. Berechnen Sie das Volumen des Bereichs, der von $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 2$ und $x \geq 0$ begrenzt wird.

78. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der von den Flächen $x^2 + y^2 = z^2$, $x^2 + y^2 = 3x$, $z > 0$ begrenzt wird.

79. Berechnen Sie das Integral
$$\iiint_B (1 + 3 \sin y)\, dx\, dy\, dz$$
   woebi B der von den Flächen $z = -1 + \sqrt{(x^2 + y^2)}$ und $z = \sqrt{(1 - x^2 - y^2)}$ eingeschlossene Volumsbereich ist!