Analysis 2, SS 2010, 11. Übungsblatt

59. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = (x^2 + y^2)((x-1)^2 + y^2).$$

    (a) Berechnen Sie die lokalen Extrema von f und bestimmen Sie ob ein Maximum oder Minimum vorliegt!

    (b) Geben Sie alle globalen Extrema von f im Bereich B an, wobei

$$B = \{(x,y) \mid y \geq x - 1, x \leq 0, y \leq 0\}.$$

60. Welche Punkte der Ellipse $x^2 + xy + y^2 = 3$ haben vom Nullpunkt den größten bzw. kleinsten Abstand und wie groß ist dieser?

61. Gegeben sei die Funktion f mit

$$f(x,y) := (x^2 + 2y^2)e^{-(x^2+y^2)}.$$

    (a) Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f.

    (b) Was lässt sich über die globalen Extrema von f im Bereich $0 \leq |x|, |y| \leq 1$ aussagen?

62. Untersuchen Sie das Problem $\min\{y \mid x^6 = z, y^3 = z\}$ und zeigen Sie, dass die Rangbedingung im Satz über Extremwerte mit Nebenbedingung wesentlich ist!

63. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$f(R,u,v) = \begin{pmatrix} \frac{R\cos u}{\cosh v} \\ \frac{R\sin u}{\cosh v} \\ \frac{R(\sinh v - 1)}{\cosh v} \end{pmatrix}$$

    Für welche Werte von R, u und v ist f nicht umkehrbar?

64. Gegeben seien die Funktionen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ und $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ mit den Koordinatenfunktionen

$$f_1(x,y,z) = x + ze^y \qquad f_2(x,y,z) = y^2 - z$$

    und

$$g_1 := f_1 - f_2 \qquad g_2 = f_1 f_2 \qquad g_3 = \ln(f_1 + f_2).$$

    Untersuchen Sie, ob die Abbildung $h = g \circ f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ in einer Umgebung von $h(x_0, y_0, z_0)$ mit $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 2)$ umkehrbar ist!