Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Analysis II Übungsklausur
7. Mai 2010

Aufgabe:	1	2	3	4	5		
Punkte:	4	4	4	4	4		
						=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left((n+1)x\right)}{(n+1)^3}.$$

Zeigen sie, dass $f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gliedweise differenziert werden darf und bestimmen Sie $f'(\pi)$!

2. Gegeben sei die Funktionenfolge (f_n) mit

$$f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right)$$

(a) Bestimmen Sie alle x für die die Funktionenfolge punktweise konvergiert und geben Sie die dort definierte Grenzfunktion an.

(b) Konvergiert die Funktionenfolge auf $[0, 1]$ gleichmäßig?

3. Geben Sie eine Reihenentwicklung der Funktion

$$f(x) = \frac{x^2}{1-x} \cdot \frac{1}{2-x}$$

um den Nullpunkt an! (Hinweis: Cauchyprodukt)

4. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{(\sqrt{2}\,)^n} \binom{2n}{n} x^n$$

5. Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^{6x} - 2e^{3x} + 5}}\, dx$$