Analysis 2, SS 2008, 14. Übungsblatt

63. Es sei
$$I := \int_{x=-1}^{1} \int_{y=-2|x|}^{0} (y + \sin x)\, dy\, dx$$
    (a) Berechnen Sie den Wert des Integrals!
    (b) Vertauschen Sie in I die Integrationsreihenfolge!

64. Gegeben sei die Fläche
$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x + 1, y \geq (x-1)^2\}$$
Bestimmen Sie den Flächeninhalt von F

65. Man berechne
$$\iiint_B f(x, y, z)\,, dx\, dy\, dz$$
wobei
    (a) B durch $x^2 + y^2 = 2z$ und $z = 2$ begrenzt wird und $f(x, y) = x^2 + y^2$.
    (b) $B = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$ und $f(x, y, z) = 1$.
    (c) $B = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$ und $f(x, y, z) = z$.

66. Gegeben sei der Körper
$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, x^2 + y^2 \leq 9, z \leq 15\}.$$
Bestimmen Sie das Volumen des Körpers!

67. Berechnen Sie den Inhalt des von der Fläche
$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2) \quad a > 0$$
eingeschlossenen Volumsbereichs!

68. Berechnen Sie das Volumen des Bereichs, der von den beiden Flächen $x^2+y^2 = 1+z^2$ und $x^2+y^2 = 2 - z^2$ begrenzt wird und den Punkt $(0, 0, 0)$ enthält.

69. Berechnen Sie das Doppelintegral
$$\iint_B (x^2 - y)\, dxdy$$
über den Normalbereich
$$B = \left\{(x, y) : \frac{1}{y} \leq x \leq \frac{2}{y}, 1 \leq y \leq 2\right\}$$
    (a) direkt,
    (b) mit Hilfe der Koordinatentransformation $u = xy$, $v = y$!

70. Berechnen Sie das Volumen des Bereichs, der von $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 2$ und $x \geq 0$ begrenzt wird.

71. Aus dem Körper, der durch $x^2+y^2+z^2 \leq 4a^2$ beschrieben wird, wird der Körper beschrieben durch $(x-a)^2 + y^2 \leq a^2$ ausgebohrt. Wie groß ist das Restvolumen?

72. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der von den Flächen $x^2 + y^2 = z^2$, $x^2 + y^2 = 3x$, $z > 0$ begrenzt wird.