Analysis 2, SS 2008, 12. Übungsblatt

56. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$f(R,u,v) = \begin{pmatrix} \frac{R\cos u}{\cosh v} \\ \\ \frac{R\sin u}{\cosh v} \\ \\ \frac{R(\sinh v - 1)}{\cosh v} \end{pmatrix}$$

Für welche Werte von R, u und v ist f nicht umkehrbar?

57. Gegeben seien die Funktionen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ und $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ mit den Koordinatenfunktionen

$$f_1(x,y,z) = x + ze^y \qquad f_2(x,y,z) = y^2 - z$$

und

$$g_1 := f_1 - f_2 \qquad g_2 = f_1 f_2 \qquad g_3 = \ln(f_1 + f_2).$$

Untersuchen Sie, ob die Abbildung $h = g \circ f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ in einer Umgebung von $h(x_0, y_0, z_0)$ mit $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 2)$ umkehrbar ist!

58. Gegeben sei das Funktionensystem

$$f_1(x,y,z) = x^2 + y^2 - z - 22 = 0$$
$$f_2(x,y,z) = x + y^2 + z^3 = 0$$

(a) Zeigen Sie, dass das System ist in einer Umgebung des Punktes $P = (4, 2, -2)$ eindeutig nach x und y auflösbar ist!

(b) Bestimmen Sie explizit zwei Funktionen $g_1(z)$ und $g_2(z)$ derart, dass in einer Umgebung von P gilt:

$$f_i(g_1(z), g_2(z)) = 0 \qquad i = 1, 2.$$