

## Analysis 2, SS 2008, 12. Übungsblatt

56. Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit

$$f(R, u, v) = \begin{pmatrix} \frac{R \cos u}{\cosh v} \\ \frac{R \sin u}{\cosh v} \\ \frac{R(\sinh v - 1)}{\cosh v} \end{pmatrix}$$

Für welche Werte von  $R$ ,  $u$  und  $v$  ist  $f$  nicht umkehrbar?

57. Gegeben seien die Funktionen  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  und  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit den Koordinatenfunktionen

$$f_1(x, y, z) = x + ze^y \quad f_2(x, y, z) = y^2 - z$$

und

$$g_1 := f_1 - f_2 \quad g_2 = f_1 f_2 \quad g_3 = \ln(f_1 + f_2).$$

Untersuchen Sie, ob die Abbildung  $h = g \circ f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  in einer Umgebung von  $h(x_0, y_0, z_0)$  mit  $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 2)$  umkehrbar ist!

58. Gegeben sei das Funktionensystem

$$\begin{aligned} f_1(x, y, z) &= x^2 + y^2 - z - 22 = 0 \\ f_2(x, y, z) &= x + y^2 + z^3 = 0 \end{aligned}$$

- (a) Zeigen Sie, dass das System in einer Umgebung des Punktes  $P = (4, 2, -2)$  eindeutig nach  $x$  und  $y$  auflösbar ist!
- (b) Bestimmen Sie explizit zwei Funktionen  $g_1(z)$  und  $g_2(z)$  derart, dass in einer Umgebung von  $P$  gilt:

$$f_i(g_1(z), g_2(z)) = 0 \quad i = 1, 2.$$