

## Diskrete Mathematik, WS 2012/2013, 5. Übungsblatt

23. Bestimmen Sie (natürlich ohne Computer) die beiden letzten (von hinten) Ziffern in der Dezimaldarstellung der Zahl

$$7^{7^{7^7}} - 7^{7^7} .$$

24. Zeigen Sie, dass die Gleichung  $x^2 + 7y^9 + 1 = 0$  mit  $x, y \in \mathbb{Z}$  keine Lösung besitzt. (Hinweis: betrachten Sie die Gleichung modulo 7).

25. Wir nennen ein  $n \in \mathbb{N}$  eine  $H$ -Zahl, falls  $n \equiv 1(3)$  gilt ( $H$ -Zahl deshalb, da dieses Beispiel von D. Hilbert gegeben wurde). Zeigen Sie, dass das Produkt von zwei  $H$ -Zahlen wieder eine  $H$ -Zahl ist.

Wie nennen eine  $H$ -Zahl  $p \neq 1$  eine  $H$ -Primzahl, wenn 1 und  $p$  die einzigen  $H$ -Zahlen sind, die  $p$  teilen. Zeigen Sie, dass jede  $H$ -Zahl ungleich 1 ein Produkt von  $H$ -Primzahlen ist.

Zeigen Sie, dass die  $H$ -Zahl 100 zwei verschiedene Zerlegungen in ein Produkt von  $H$ -Zahlen besitzt.

26. Sei  $n \in \mathbb{N}$ , sodass  $2^n - 1$  eine Primzahl ist. Zeigen Sie, dass dann auch  $n$  eine Primzahl ist.