

## Diskrete Mathematik, WS 2012/2013, 14. Übungsblatt

67. Sei  $\phi \in S_n$  eine Permutation und sei  $\phi^k = \phi \circ \phi^{k-1}$  für  $k = 2, 3, \dots$  und  $\phi^1 = \phi$ . Die kleinste natürliche Zahl  $k$ , für die  $\phi^k = id$  ist, nennen wir Ordnung von  $\phi$  ( $id$  ist die identische Permutation).
- (a) Bestimmen Sie die Ordnung der Permutation  $(2\ 3\ 1) \circ (5\ 4) \circ (7\ 8\ 9) \circ (6)$ .
  - (b) Wie kann man die Ordnung einer Permutation aus ihrer Zyklenschreibweise ablesen?
68. Wieviele Permutationen gibt es in  $S_n$ , die aus einem einzigen Zyklus bestehen?
69. Wieviele natürliche Zahlen gibt es zwischen 1 und 1 000 000, die weder eine Quadratzahl, noch eine Kubikzahl, noch eine vierte Potenz sind?
70. Zu einem Empfang sind  $n$  Herren geladen. Sie alle tragen Zylinder und geben diesen bei der Garderobe ab. Bei der Rückgabe ist die Garderobenfrau nicht ganz bei der Sache und gibt die Zylinder nach dem Zufallsprinzip zurück. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt keiner der Herren den richtigen Zylinder zurück?  
Hinweis: Verwenden Sie Inklusion/Exklusion!
71. Beweisen Sie
- (a)  $S_{n,n-2} = \binom{n}{3} + 3\binom{n}{4}$
  - (b)  $S_{n,3} > 3^{n-2}$  für  $n \geq 6$  (Hinweis: Induktion nach  $n$ )