Diskrete Mathematik, WS 2012/2013, 11. Übungsblatt

51. Zeigen Sie: Ist $G = (V, E)$ ein k-regulärer Graph mit $|V| = n$, dann gilt $\chi(G) \geq \lceil \frac{n}{n-k} \rceil$

52. Sei $T = (V, E)$ ein Baum mit $|V| = n > 1$. Zeigen Sie, dass es $k(k-1)^{n-1}$ Möglichkeiten gibt, die Knoten von T mit k Farben zulässig zu färben ($|V| = n$).

53. Bestimmen Sie die chromatische Zahl und den chromatischen Index des Petersen Graphen (siehe Abbildung 1).

54. Beweisen oder widerlegen Sie:

    (a) Ein Baum enthält höchstens ein perfektes Matching!

    (b) Enthält ein zusammenhängender, drei-regulärer Graph ein perfektes Matching, so enthält er auch einen Hamiltonschen Kreis!

55. Für einen Graphen G sei $\delta(G) := \min\{\deg(v) \colon v \in V(G)\}$ der Minimalgrad von G. Beweisen Sie, dass $\chi(G) \leq 1 + \max\{\delta(G') \colon\ G' \text{ ist Teilgraph von } G\}$ gilt.
    Hinweis: Induktion über die Anzahl $|V(G)|$ der Knoten. Beim Induktionsschritt entfernen Sie einen Knoten mit minimalem Grad aus dem Graphen.

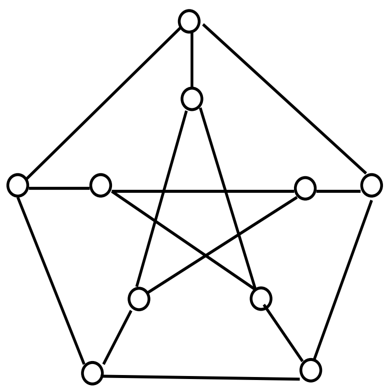

Abbildung 1: Der Petersen-Graph (Aufgabe 52)