

## Diskrete Mathematik, WS 2012/2013, 10. Übungsblatt

46. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:
- (a) Jeder zusammenhängende, planare,  $k$ -reguläre Graph  $G = (V, E)$  besitzt  $\frac{4+(k-2)|V|}{2}$  Flächen.
  - (b) Sei  $G = (V, E)$  ein Graph mit  $|V| \geq 12$  und  $G^c$  der Komplementgraph von  $G$ . Dann sind entweder  $G$  oder  $G^c$  nicht planar.
  - (c) Ein vollständiger 3-partiter Graph  $K_{r,s,t}$  ist ein 3-partiter Graph mit  $|V_1| = r$ ,  $|V_2| = s$ ,  $|V_3| = t$  und jeder Knoten in  $V_i$  ist mit jedem Knoten in  $V_j$  für  $i \neq j$  verbunden. Für jedes  $n \geq 1$  ist der vollständige 3-partite Graph  $K_{n,2n,3n}$  Hamiltonsch, aber  $K_{n,2n,3n+1}$  ist nicht Hamiltonsch.
  - (d) Wenn man zu einem beliebigen Baum drei Kanten hinzugibt, so ist der entstehende Graph planar.
47. Beweisen oder widerlegen Sie (mit Hilfe eines Gegenbeispiels) folgende Aussage: Falls es in einem zusammenhängenden Graphen  $G = (V, E)$  die Ungleichung  $|E| \leq 3(|V| - 2)$  gilt, dann ist  $G$  planar.
48. Ist der Petersen-Graph (siehe Abbildung 1) planar bzw. Hamiltonsch? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.
49. Bestimmen Sie alle natürlichen Zahlen  $d$ , für die die folgende Aussage gilt: Wenn in einem Graphen  $G = (V, E)$  jeder Knoten  $\text{Grad} \leq d$  hat, so ist  $G$  ein planarer Graph.
50. Bestimmen Sie alle natürlichen Zahlen  $d$ , für die die folgende Aussage gilt: Wenn  $G$  ein  $d$ -regulärer Graph ist, so ist  $G$  nicht planar.

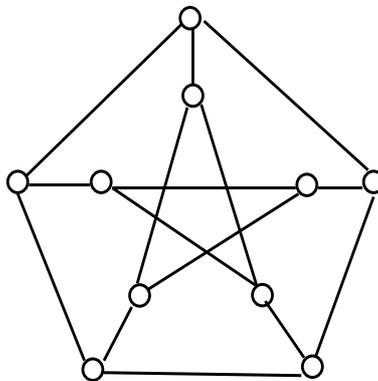


Abbildung 1: Der Petersen-Graph (Aufgabe 48)