

25. Untersuchen Sie, ob die folgende Relationen  $R \subseteq A \times A$  transitiv, reflexiv, symmetrisch und antisymmetrisch sind. Welche Relationen sind Äquivalenzrelationen? Bestimmen Sie für diese die Klasseneinteilung. Welche Relationen sind Ordnungsrelationen?

(a)  $A = \mathbb{Z}$  und  $(i, j) \in R \Leftrightarrow |i| = |j|$ .

26. Zeigen Sie, dass für alle positiven ganzen Zahlen  $n$  die Beziehung

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2 + 7k + 12} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n+4}$$

gilt.

27. Man beweise für alle  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = (-1)^n \binom{n+1}{2}$$

28. Bestimmen Sie alle Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  der folgenden Ungleichungen.

(a)  $15 - x^2 + 2x > 0$ ,

(b)  $x + 4 < \frac{x+4}{2x-3}$ ,

(c)  $\frac{x}{x+2} > \frac{x+3}{3x+1}$ ,