

19. Seien  $f, g$  bijektive Abbildungen von  $M$  nach  $M$ . Zeigen Sie, dass auch  $f \circ g$  eine bijektive Abbildung von  $M$  nach  $M$  ist.
20. Sei  $M = \mathcal{P}(\{2, 3, 4\})$  und  $R$  jene Relation auf  $M$ , die durch  $iRj \iff |i| \leq |j|$  definiert ist. Ist diese Relation eine Äquivalenzrelation, eine Ordnungsrelation, beides, oder keines von beiden?
21. Untersuchen Sie, ob die folgende Relationen  $R \subseteq A \times A$  transitiv, reflexiv, symmetrisch und antisymmetrisch sind. Welche Relationen sind Äquivalenzrelationen? Bestimmen Sie für diese die Klasseneinteilung. Welche Relationen sind Ordnungsrelationen?
- (a)  $A = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  und  $(i, j) \in R \iff$  (es gibt eine positive ganze Zahl  $x$ , die kleiner als  $i$  und kleiner als  $j$  ist).
- (b)  $A = \mathbb{N}$  und  $R = \{(i, i + 1) \mid i \in \mathbb{N}\}$ .
22. Sei  $(G, \cdot, e)$  eine Gruppe,  $M$  eine Menge und  $H := \{f : M \rightarrow G\}$  die Menge der Funktionen von  $M$  nach  $G$ . Wir definieren auf  $H$  die Operation  $\odot$  durch  $f \odot g : M \rightarrow G; x \mapsto f(x) \cdot g(x)$ . Zeigen Sie, dass  $(H, \odot)$  eine Gruppe bildet.
23. Betrachten Sie die Menge  $G = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  und die assoziative Operation  $\circ$ , die durch  $a \circ b = a + b + ab$  festgelegt ist. Ist  $(G, \circ)$  eine Halbgruppe? Hat  $(G, \circ)$  ein neutrales Element?
24. Betrachten Sie die Menge  $G = \{\text{wahr, falsch}\}$  mit der ODER-Operation ' $\vee$ '. Gilt in  $(G, \vee)$  das Assoziativgesetz? Hat  $(G, \vee)$  ein neutrales Element? Ist  $(G, \vee)$  eine Gruppe?