

55. Geben Sie das kleinste n an, sodass das Polynom

$$X^{10} + X^8 + X^5 + X^4 + X^2 + X + 1$$

einen zyklischen Binärcode der Blocklänge n erzeugt. Geben Sie das zugehörige Prüfpolynom an. Codieren Sie damit systematisch das Codewort 11000. Worum handelt es sich bei diesem n ?

56. Geben Sie ein Generatorpolynom für

- (a) BCH(4, 3)
- (b) BCH(5, 4)

über \mathbb{F}_2 an.

57. (a) Zeigen Sie, dass der Körper $\mathbb{F}_{2^{11}}$ ein Element β der Ordnung 23 besitzt.
(b) Sei g das Minimalpolynom von β über \mathbb{F}_2 . Für welche ganzen Zahlen k ist β^k eine Nullstelle von g ?
(c) Geben Sie das Minimalpolynom von β und von β^{-1} an.
(d) Setze

$$M_\beta := (\beta^{jk})_{\substack{1 \leq j \leq 4 \\ 0 \leq k \leq 22}}$$

Zeigen Sie, dass $C := \{c \in \mathbb{F}_2^{23} \mid M_\beta c = 0\}$ ein polynomialer Code ist, geben sie sein Generatorpolynom, seine Blocklänge und seine Dimension an.

- (e) Geben Sie die Minimaldistanz von C an.
 - (f) Ist C ein perfekter Code?
58. Ein Wort werde BCH(4, 3)-codiert übertragen. Empfangen wird das Wort 10101 11011 11110. Benutzen Sie den Euklidischen Fehlerprozessor, um das Wort zu korrigieren, und decodieren Sie das Ergebnis.
59. Sei $P = \sum_{j \geq 0} a_j X^j$ eine formale Potenzreihe über dem Körper K . Falls g und f Polynome aus $K[X]$ mit $\deg f \leq m$ und $\deg g \leq n$ sind, sodass

$$g(X)P(X) \equiv f(x) \pmod{X^{m+n+1}},$$

so heißt die rationale Funktion f/g eine Padé-Approximation von P der Ordnung (m, n) .

- (a) Zeigen Sie, dass für gegebene m und n genau eine Padé-Approximation der Ordnung (m, n) gibt und das Zähler und Nenner bis auf Multiplikation mit einer Konstanten eindeutig bestimmt sind.
- (b) Wie kann man Padé-Approximationen mit dem Euklidischen Algorithmus bestimmen?