

25. Zeichnen Sie in Asymptote ein Dreieck mit allen drei Höhen, den Höhenfußpunkten sowie dem Höhenschnittpunkt. Dabei sollen sich (bis auf die Positionierung der Beschriftungen) die Koordinaten des Dreiecks leicht ändern lassen (d.h. berechnen Sie alles aus diesen Koordinaten heraus).
26. Zeichnen Sie in Asymptote ein Dreieck mit allen Winkelsymmetralen, dem Inkreismittelpunkt und dem Inkreis. Alle Berechnungen sind in Asymptote durchzuführen.
27. Wir betrachten die rekursiv definierten Polynome $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$,

$$(n + 1)P_{n+1}(x) := (2n + 1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$$

(Legendre-Polynome 1. Art).

Zeigen Sie durch Rechnung in Maple/Mathematica, dass

$$(x^2 - 1)P'_n(x) = nxP_n(x) - nP_{n-1}(x).$$

28. Man implementiere eine Funktion `diff[expr_, variable_]` in Mathematica, die rationale Funktionen korrekt differenziert: `expr` darf also eine beliebige Kombination aus den vier Grundrechnungsarten, Potenzbildung, der Differentiationsvariablen und Konstanten sein. Man überprüfe die Funktion anhand von

$$\frac{d}{dx} \left((x^2 + 3x - b)^4 - \frac{x + a}{x^9 - 17} \right) = 4(x^2 + 3x - b)^3(2x + 3) - \frac{x^9 - 17 - 9x^8(x + a)}{(x^9 - 17)^2}.$$

Hinweis: `FreeQ`.

29. Definieren Sie in Mathematica einen Datentyp `mod[x,m]` für Restklassen modulo m .
- (a) Implementieren Sie Addition, Multiplikation und Vergleich zweier Restklassen modulo demselben Modul.
 - (b) Implementieren Sie Inversion (falls $m = p$ eine Primzahl ist, die x nicht teilt). Hinweis: $x^{p-2} \cdot x \equiv ?? \pmod{p}$.
 - (c) Implementieren Sie Potenzen von Restklassen (falls $m = p$, auch für negative Exponenten)