38. Gegeben sei die Funktion
$$f(x) = x + 2 + \frac{3x-2}{(x-1)^2}.$$
Bestimmen Sie in Maple oder Mathematica
    (a) den Definitionsbereich und die Nullstellen,
    (b) die Extrema und die Wendepunkte,
    (c) die Asymptoten,
    (d) eine Skizze des Graphen der Funktion.

39. Beweisen Sie, dass die Funktion $f(x) = e^x - 2 + x^3$ in $[0,1]$ genau eine Nullstelle besitzt. Zeigen Sie ferner, dass in $[0,1]$ das Newtonsche Näherungsverfahren anwendbar ist und berechnen Sie damit näherungsweise die Nullstelle in ξ von f. Die Berechnung soll abgebrochen werden, sobald die Näherungswerte ξ_n der Abschätzung $|\xi_n - \xi_{n+1}| \leq 10^{-10}|\xi_n|$ genügen.

40. In diesem Beispiel sind Werte der Exponentialfunktion $\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ zu bestimmen. Dabei sind die eingebaute Exponentialfunktion (und ähnliche Funktionen) oder gar unendliche Reihen nicht zu benutzen, sondern es ist rein mit rationalen Zahlen und Partialsummen der Reihe zu arbeiten. Weiters ist immer durch entsprechende Abschätzungen zu begründen, warum die jeweils berechneten Näherungen stimmen.
    (a) Bestimmen Sie $e = \exp(1)$ auf 100 Dezimalstellen genau, d.h., bestimmen Sie eine rationale Zahl r mit $|r - e| < 10^{-100}$.
    (b) Bestimmen Sie $e = \exp(1)$ für vorgegebenes $n \in \mathbb{N}$ auf n Dezimalstellen genau.
    (c) Bestimmen Sie $\exp(100)$ auf 50 Dezimalstellen genau.
    (d) Bestimmen Sie $\exp(100)$ auf 50 Dezimalstellen genau, indem Sie $\exp(100/2^n)$ über die Reihe berechnen und das Resultat mit 2^n potenzieren. Experimentieren Sie mit verschiedenen n und geben Sie jeweils an, wie viele Reihenglieder Sie berechnen müssen.

41. Eine zweistufige Rakete für kleine Satelliten hat die Kenndaten:

	Leermasse	Treibstoffmasse	Verbrauch	Schubkraft F
1. Stufe	5000 kg	125000 kg	1000 kg/s	$2.45 \cdot 10^6$N
2. Stufe	2000 kg	16000 kg	80 kg/s	$2.48 \cdot 10^5$N

Die Rakete wird vertikal gestartet; ist der Treibstoff der 1. Stufe verbraucht, so wird deren Hülle abgestoßen. Setzt man vereinfachend $g = 9.81\text{m/s}^2$ (unabhängig von der Höhe) für den Flug konstant, so gilt für die Beschleunigung der Rakete
$$\ddot{h}(t) = \dot{v}(t) = b(t) = \frac{F}{m(t)} - g.$$
    (a) Bestimme die Funktion $m(t)$ (= Gesamtmasse zur Zeit t).
    (b) Welche Geschwindigkeit v hat die Rakete 125 s bzw. 325 s nach dem Start?
    (c) Welche Höhe h wird nach 125 s bzw. 325 s erreicht?
    (d) Skizzieren Sie $m(t)$, $b(t)$, $v(t)$ und $h(t)$ für $0 \leq t \leq 325$ s.

42. Bestimmen Sie in (a) Maple und (b) Mathematica das unbestimmte Integral
$$\int \sqrt{\tan x}\, dx$$
und überprüfen Sie das Ergebnis durch Differentiation.

43. Bestimmen Sie in (a) Maple, (b) Mathematica, (c) Octave numerisch das Integral
$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^{27} + x + 2009}}\, dx.$$