

16. Bestimmen Sie für alle  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  mit

$$\begin{aligned}x + y + z &= 5, \\x^2 + y^2 + z^2 &= 23, \\x^3 + y^3 + z^3 &= 107\end{aligned}$$

den Wert von  $x^4 + y^4 + z^4$ .

17. Bestimmen Sie in Maple alle Teilmengen von  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , deren Mächtigkeit eine Primzahl ist (wobei Sie die erforderlichen Primzahlen nicht von Hand eingeben sollen).

18. Wir betrachten die durch

$$a_0 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{3}{4} + \sqrt{3 + a_n} \text{ für } n \geq 0$$

rekursiv gegebene Folge.

- (a) Bestimmen Sie die ersten 20 Folgenglieder auf 50 Dezimalstellen genau.
- (b) Bestimmen Sie alle Folgenglieder bis zum ersten Folgenglied, das von  $13/4$  einen Abstand kleiner oder gleich  $10^{-12}$  hat.

19. Wir betrachten die durch

$$a_0 = a_1 = 1, \quad a_{n+2} = a_{n+1}^2 + 2a_n \text{ für } n \geq 0$$

rekursiv gegebene Folge.

- (a) Bestimmen Sie die ersten 10 Folgenglieder.
- (b) Bestimmen Sie  $a_{40}$ .

20. Sei  $W$  der von  $v_1 = (3, 4, 5, 6, 7)^t$ ,  $v_2 = (7, 5, 2, 3, 1)^t$ ,  $v_3 = (10, 9, 7, 9, 8)^t$  aufgespannte Untervektorraum des  $\mathbb{Q}^5$ . Bestimmen Sie in Maple die Dimension von  $W$ . Gilt  $(3, 6, 1, 1, 2)^t \in W$  ?

*Hinweis.* Rank